Interpretación das pendentes da recta: diferentes situacións

Vanse considerar neste texto diferentes cambios non lineares nas variables e como afectan á interpretación das pendentes da recta.

Pártese da idea xeral de que a interpretación dunha pendente en regresión múltiple é:

$$\frac{\partial y}{\partial X_j}=\beta_j, \forall j=1,\dots,k$$

- Modelo linear: $Y=\beta_0+\beta_1 X_1+\dots+u$

Relación linear entre as variables $\frac{\partial y}{\partial X_1}=\beta_1$ o incremento é sempre igual.

Unha unidade de incremento en X_1, mantendo fixas as demais variables, implica un incremento medio de β_1 na variable explicada.

Exemplo: $Y=\beta_0+8 X_1+\dots+u$

Un aumento de 1 unidade de X_1 mantendo fixas o resto das variables explicativas, implica un incremento esperado en Y de 8 unidades.

- Elasticidade constante (log-log) : $\log Y=\beta_0+\beta_1 \log X_1+\dots+u$

Neste caso o incremento establécese en termos de incrementos relativos.

Un 1% de incremento en X_1, mantendo fixas as demais variables, implica un incremento medio de β_1% na variable explicada.

Exemplo: $\log Y=\beta_0+8\log X_1+\dots+u$

Un aumento do 1% en X_1 mantendo fixas o resto das variables explicativas, implica un incremento esperado en Y do 8%.

- Semielasticidade (linear-log) : $Y=\beta_0+\beta_1 \log X_1+\dots+u$

Neste caso cómbinase o incremento relativo para X_1 co incremento linear en Y (non ten logaritmo).

Un 1% de incremento en X_1, mantendo fixas as demais variables, implica un incremento medio de $0.01\beta_1$ na variable explicada.

Exemplo: $\log Y=\beta_0+8\log X_1+\dots+u$

Un aumento do 1% en X_1 mantendo fixas o resto das variables explicativas, implica un incremento esperado en Y de 0,08 unidades.

- Semielasticidade (log-linear) : $\log Y=\beta_0+\beta_1 X_1+\dots+u$

Neste caso cómbinase o incremento linear para X_1 (non ten logaritmo) co incremento relativo en Y.

Unha unidade de incremento en X_1, mantendo fixas as demais variables, implica un incremento medio de $100\beta_1$% na variable explicada.

Exemplo: $\log Y=\beta_0+8\log X_1+\dots+u$

Un aumento de 1 unidade en X_1 mantendo fixas o resto das variables explicativas, implica un incremento esperado en Y do 800%.

Modelo sen termo independente

Ou tamén regresión a traves da orixe.

En algunhas ocasións a relación entre as variables implica que un valor 0 de X debería dar lugar a un cero en Y. Por exemplo, se o ingreso é cero o imposto debería ser cero tamén.

Este é o motivo de que as veces se estime o modelo forzando á regresión a pasar pola orixe de coordenadas.

$$Y=\beta_1 X_1+...+u$$

Neste caso a matriz X está formado só polos valores das variables X, sen columna de uns.

É unha situación na cal o R^2 pode dar menos ca 1, e a SCT non ten por que coincidir coa suma SCE+SCT.

En ocasións, cando se dubida se incluir ou non o térmo independente, podese contrastar a súa significatividade, ou estimar os dous modelos (con ou sen el) e comparar os seus erros estandar.

EXERCICIO 1 (con ordenador)

Dadas as seguintes variables:

y	x1	x2	x3
1.2	0	2	0.0
3.6	-1	3	1.0
5.1	3	1	2.0
3.5	0	2	1.0
15.5	5	2	-1.0
-0.4	-3	3	-1.5
1.8	-1	2	-1.0
-3.6	-1	1	1.5
7.7	4	1	2.5
1.9	-1	3	-0.5

a.a Constrúe as matrices **y** e **X**

b.b Calcula os parámetros da regresión

c.c Calcula os valores teóricos de Y e os residuos (a estimación das perturbacións)

d.d Cales son os graos de liberdade desta regresión:

e.e Calcular a varianza residual

f.f Calcula o erro estandar dos parámetros.

g.g son significativos os parámetros estimados?

Sumas de cadrados

h.h calcula as sumas de cadrados e os seus graos de liberdade

Contraste de significación global

i) É significativo o contraste de siginifcación global?

Bondade de axuste

j) Calcular o R^2 e o $\bar{R}^2$; como de bo é o modelo?

EXERCICIO 2 (con ordenador)

Dadas as seguintes matrices:

$X^t X=$

15	10.0	150	-6.0
10	96.0	138	-9.5
150	138.0	1584	-44.0
-6	-9.5	-44	21.0

$(X^t X)^{-1}=$

2.13	0.09	-0.20	0.22
0.09	0.02	-0.01	0.01
-0.20	-0.01	0.02	-0.02
0.22	0.01	-0.02	0.08

$X^t y=$

88.0
261.0
998.4
-55.4

a.- Cal é o tamaño da mostra?

b.- Calcula a media de X_1

c.- Se a **suma de cadrados explicada** é 494.1, e a **varianza residual** é 0.995, canto vale a **varianza de Y**

c.- Estima os parámetros da regresión

d.- Calcula a varianza residual

e.- Para os valores

y	x1	x2	x3
1.3	0	8	0.5
2.5	-1	7	-1.5

Calcula os valores de y teóricos e os residuos

EXERCICIO 3 (a man)

Dadas as seguintes variables:

y	x1
0.2	1
1.6	-1
2.1	2
-0.3	-1
3.1	3

a.a Constrúe as matrices **y** e **X**

Dadas as seguintes matrices:

$X^t X =$

5	16
4	4

$(X^t X)^{-1} =$

0,25	-0,0625
-0,0625	0,078

$X^t y =$

6,7
12,4

b) Estima os parámetros da regresión y = $\beta_0 + \beta_1$ X

c) Calcula a varianza de X a partir dos valores das matrices

d) En canto se estima que aumente y cando en media se X se incrementa nunha unidade? E cando se incrementa 3 unidades?

e) Cal é o valor estimado de y cando X= 0?

f) Sabendo que SCT= 7.73 e SCR = 3.82, calcula o coeficiente de determinación e a suma de cadrados explicada. Calcula tamén a varianza de y

g) Cales son os graos de liberdade da SCT, SCE e SCR

h) é significativo o contraste de significación global? Que significa ese resultado?

i) Calcula o coeficiente de determinación e o coeficiente de determinación corrixido. Interprétaos

EXERCICIO 4:

a) $\underset{}{\widehat{sal}} = \underset{(0.257)}{5{,}37} + \underset{(0.012)}{0.03} \cdot exper$ b) $\widehat{lg(sal)} = \underset{(0.037)}{1{,}54} + \underset{(0.0017)}{0.004} \cdot exper$

c) $\widehat{sal} = \underset{(0.387)}{4{,}12} + \underset{(0.148)}{0.74} \cdot \log(exper)$ d) $\widehat{lg(sal)} = \underset{(0.055)}{1{,}34} + \underset{(0.021)}{0.117} \cdot \log(exper)$

- Interpreta o término independente do modelo (a)

- Interpreta as pendentes dos catro modelos